

Workshop

Rekenvaardigheden

1) Welkom heten en voorstellen

2) Waarom zijn wij altijd zo teleurgesteld over de rekenvaardigheden van de leerlingen ?

1	Wij weten veel meer dan de leerling van 15.
2	Wij hebben wellicht (te) hoge verwachtingen van onze leerlingen. Konden wij dit berekenen toen we 15 jaar waren ?
3	Wij (economen) weten in heel veel situaties precies wanneer we welke algoritme (formule) moeten gebruiken. Wij zijn daar lenig in geworden. Wij zijn daar nu ervaren in. Wij kunnen transfereren dat wil zeggen we kunnen algoritmen in wisselende situaties inzetten. Leerlingen zijn daar veel minder lenig in (Voorbeeld: delta Zeeland en delta Bangla Desh)
4	Wij hebben trucjes geleerd, zonder dat we begrijpen waarom het trucje werkt: waarom is x tot de macht -5 hetzelfde als $1/x$ tot de macht 5 .
5	Leerlingen zijn opgegroeid in de realistische rekentraditie, niet onze mechanistische rekentraditie. Het kost ons moeite ons te verplaatsen in de manier waarop de tieners van tegenwoordig zijn opgeleid in rekenvaardigheden. Zij zijn veel meer gericht op reconstrueren en veel minder op reproduceren. Zij moeten zelf een oplossingspad (heuristiek) ontdekken, wij kregen de formule (algoritme) aangereikt. Kortom: opgeleid in verschillende tradities. Zij kunnen dingen veel beter dan wij, maar omgekeerd geldt het ook.
6	De rol van de rekenmachine: waarom een staartdeling maken als je een rekenmachine tot je beschikking hebt ? Kunnen wij beter hoofdrekenen omdat we vroeger niet beschikten over een rekenmachine ? Kunnen zij beter schattend rekenen ?
7	Krijgen leerlingen nog steeds net zo veel rekenonderwijs als wij in het verleden ? Of wordt rekenen steeds minder dominant in het onderwijs ? Neem economie: programma Teulings wordt taliger dan huidig programma. Is het een tendens dat rekenvaardigheden minder belangrijk worden in het economie-onderwijs in het V.O. ? Ik denk het wel.
8	Leerlingen van nu hebben domweg minder rekengenen dan wij. Of leerlingen van nu zijn dom en gemakzuchtig. Onzin natuurlijk.

**3) Een rekentestje. Noteer de berekening. De uitkomst is niet zo interessant !
Rekenmachine niet toegestaan !**

1	Een kilo bananen kostte in 2006 € 1,25. In 2009 kostte een kilo bananen in dezelfde winkel € 1,40. Bereken de procentuele verandering.
2	Hoeveel is $38811 / 17$?
3	Bereken de contante waarde van een kapitaal op 1-1-2007 dat op 31-12-2008 was gegroeid tot € 14.045. Het rente percentage in dat jaar bedroeg 6%.
4	Hoeveel is $3/4 : 1/7$?
5	Bereken de Ev indien bekend is dat de vraag naar dit goed beschreven kan worden dmv de vergelijking: $Q(v) = -4P + 52$ In de uitgangssituatie is de marktprijs 8 euro.

4) De oplossingen

1	$(1,40 - 1,25) / 1,25 \times 100\% = 12\%$	Nieuw – oud / oud x 100%
2	$ \begin{array}{r} 17 / 38811 / 2283 \\ 34 \\ \text{-----} \\ 48 \\ 34 \\ \text{-----} \\ 141 \\ 136 \\ \text{-----} \\ 51 \\ 51 \\ \text{-----} \\ 0 \end{array} $	Staartdeling en die geeft dan 2283 als uitkomst
3	$14.045 / 1,06(2) = 12.500$	$K / (1+r)^t = CW$
4	$3/4 \times 7/1 = 5,25$	Vermenigvuldigen met het omgekeerde
5	$-4 \times 8/20 = -1,6$	$dq/dp \times p/q = Ev$

5) Conclusie is waarschijnlijk : Velen onder ons kiezen de mechanistische aanpak (we gebruiken allerlei formules en algoritmen.) en we kiezen niet voor de realistische aanpak.

6) De didactische achtergrond van de leerling:

- **In welke rekendidactiektraditie zijn zij groot gebracht?**
- **Wat hebben ze op de basisschool aan heuristieken meegekregen?**
- **Hoe hebben zij leren rekenen bij schoolvak wiskunde?**

7) Kiest de leerling zelfde aanpak (heuristiek) als wij ?

	Aanpak 1	Aanpak 2	Aanpak 3
Som 1			
Som 2			
Som 3			
Som 4			
Som 5			

8) Verschillen tussen traditioneel/mechanistisch rekenonderwijs en realistisch rekenonderwijs

Verschillen tussen de mechanistische en realistische school		
	Mechanistische aanpak of traditioneel rekenonderwijs	Realistische aanpak
Oorsprong	Stamt van ver voor WO2	Stamt van na WO2
Aard van de opgaven	Kaal en contextloos	Met context: Voor het rekenwerk wordt belangstelling gewekt met verwijzing naar hun bekende situaties. Dat maakt dat het rekenen voor leerlingen realistisch wordt.
Realiteitsgehalte	Laag	Hoog
Gerichtheid	oplossingsgericht	toepassinggericht
Algoritme	Oplossen via algoritme	Vanaf grond algoritme leren opbouwen
Doel	Het leren oplossen van vraagstukken door regels (algoritmen) te leren en die veel te oefenen. Inzicht treedt dan vanzelf op.	Leerlingen krijgen inzicht in de verschillende oplossingsstrategieën door ze deze zelf te laten ontdekken
Manier van leren	reproductieleren	reconstructieleren
Activiteiten	cijferen	Cijferen plus begrijpend lezen
Leerproces	individueel	Individueel en samen
Interactie tussen leerling en docent	Nauwelijks sprake van interactie tussen leerlingen docent	Onderwijs heeft ook interactief karakter
Interactie tussen leerlingen onderling	niet	Veel
Hulpmaterialen	Wordt geen gebruik van gemaakt	Modelsituaties, schema's, diagrammen en tabellen mede om stap te zetten van de context naar het meer formele rekenen met algoritmen

9) Belangrijk bij economie en M&O:

- betekenis kunnen geven aan een uitkomst
- leerlingen trainen in het oplossen van vraagstukken (oplossingsvaardigheden)

	Antwoord wel kunnen duiden	Antwoord niet kunnen duiden
Antwoord wel kunnen berekenen	(1) Geen probleem	(2) Leerling beheerst de rekenvaardigheid, maar niet de interpretatievaardigheid
Antwoord niet kunnen berekenen	(3) Leerling beheerst de rekenvaardigheid niet, maar wel de interpretatievaardigheid	(4) Leerling snapt er niets van

10) Stappenplan

Stappenplan bij het maken van vraagstukken	
1	Wat wordt er gevraagd ?
2	Wat weet je van het onderwerp, hoe zit het in elkaar ? Maak evt. een schema/tekening
3	Welke gegevens heb je ? Schrijf ze op (in schemaatjes)
4	Welke gegevens mis je ? Hoe kun je die vinden ?
5	Los het vraagstuk op.
6	Maak een berekening, waaruit blijkt dat je antwoord goed is. Controleer dus.

Stappenplan bij het maken van vraagstukken: som 5

Bereken de Ev indien bekend is dat de vraag naar dit goed beschreven kan worden dmv de vergelijking: $Q(v) = -4P + 52$

In de uitgangssituatie is de marktprijs 8 euro.

1	
2	
3	
4	
5	
6	

11) Het berekenen van procentuele veranderingen. Een onderzoekje onder derdeklassers van havo en vwo. Hoe rekenen ze en welke fouten maken ze ?

Zie BIJLAGE 1

12)Vragen

13) Einde

BIJLAGE 1

Praktijkprobleem: het berekenen van een procentuele verandering

1) Inleiding

Een notoire, maar belangrijke rekenvaardigheid in het economie-onderwijs betreft het berekenen van een procentuele verandering. Meer een algemene dan een economische rekenvaardigheid, maar niettemin een vaardigheid waarmee op menig eindexamen economie punten verdiend kunnen worden. De moeilijkheidsgraad van de opgaven waarbij een procentuele verandering berekend moet worden, verschilt echter nogal. Bij wijze van test heeft de auteur daarom 8 opgaven voorgelegd aan twee derde klassen: een 3 havo-klas bestaande uit 22 leerlingen en een 3 vwo-klas bestaande uit 27 leerlingen. In schema 1 zijn de toetsvragen opgenomen. Het doel van die test was na te gaan welke fouten leerlingen maken bij het berekenen van procentuele veranderingen.

Schema 1	
nr	Opgave
1	De prijs van een spijkerbroek bedroeg vorig jaar 80 euro. Dit jaar bleek diezelfde broek 99 euro te kosten. Bereken de procentuele verandering van de prijs.
2	Een heel volkoren kost in de supermarkt normaal gesproken € 1,90. Deze week is een volkorenbrood in de aanbieding en kost € 1,49. Bereken de prijsverlaging in procenten
3	De prijs van een liter benzine bedraagt in Nederland €1,60 en in Spanje € 1,28. Bereken hoeveel procent een liter benzine in Nederland duurder is dan in Spanje.
4	De prijs van een liter benzine bedraagt in Nederland €1,60 en in Spanje € 1,28. Bereken hoeveel procent een liter benzine in Spanje goedkoper is dan in Nederland.
5	De fietsenfabrikant exporteerde in 2007 12.000 fietsen naar Duitsland. Dat was 25% meer dan in 2006. Hoeveel fietsen exporteerde de fabrikant in 2006.
6	Een fiets van deze fietsenfabrikant kost in de winkel € 654,50. De BTW van de fiets zit in de prijs inbegrepen. Exclusief BTW zou deze fiets € 550 kosten. Bereken het BTW-tarief.
7	Een fiets van deze fietsenfabrikant kost in de winkel € 654,50. De BTW van de fiets zit in de prijs inbegrepen en bedraagt 19%. Bereken de prijs van de fiets exclusief BTW.
8	Toen Hans de Groot 20 was, verdiende hij € 800 netto per maand. Inmiddels is hij 40 en verdient een goed betaalde boterham bij een bedrijf. Zijn huidige netto maandinkomen bedraagt € 1900. Met hoeveel procent is zijn inkomen gestegen ?

In schema 9b zijn de resultaten van de toets opgenomen. Bij een correcte berekening – het antwoord hoefde niet per se goed te zijn - scoorde de leerling 1 punt. Stel dat in de havo 3 klas 11 leerlingen een punt scoorden en elf leerlingen derhalve geen punt scoorden, dan levert dat een score op van 50%: $11/22 \times 100\% = 50\%$. De percentages in schema 2 zijn via deze berekeningswijze tot stand gekomen.

Schema 2								
	Opgave 1	Opgave 2	Opgave 3	Opgave 4	Opgave 5	Opgave 6	Opgave 7	Opgave 8
Havo	67%	52%	57%	29%	5%	38%	14%	24%
Vwo	81%	96%	58%	46%	54%	73%	81%	54%
Gemiddelde van Havo en Vwo *	74%	74%	57%	37%	29%	56%	48%	39%
HV-ratio **	0,83	0,54	0,98	0,69	0,09	0,52	0,17	0,44

* Het gaat om een ongewogen gemiddelde.

** De havo-score is gedeeld door de VWO-score.

Uit de tabel vallen enkele conclusies te trekken:

- Havo-leerlingen scoren op alle vragen slechter..
- De opgaven 4 t/m 8 wordt door de havo-leerlingen lastig gevonden. Datzelfde geldt in mindere mate voor de opgaven 2 en 3. Alleen opgave 1 is voldoende gemaakt
- Opgave 4 wordt door de vwo-leerlingen lastig gevonden. Datzelfde geldt in mindere mate voor de opgaven 3, 5 en 8. De opgaven 1, 2, 6 en 7 werden voldoende gemaakt.

Het berekenen van procentuele veranderingen is een vaardigheid die zeker bij de havo-leerlingen en - zo moeten we aannemen – eveneens bij vmbo-leerlingen (Bergkamp, 2007) aandacht verdient. Vwo-leerlingen hebben er afgaande op dit beperkte empirische onderzoek minder moeite mee, maar het woord foutloos kan ook bij hun bepaald niet gebruikt worden. In het vervolg van deze paragraaf wordt nagegaan welke fouten veel gemaakt worden en waarop docenten bij het voorbereiden en geven van hun lessen vooral moeten letten.

2) De berekeningen

De berekeningen die gemaakt moeten worden om procentuele veranderingen vast te stellen, zijn dikwijls bij het schoolvak wiskunde al aan de orde geweest. De leerlingen krijgen in de wiskundeles berekeningen aangereikt die ze meenemen naar het economielokaal. Dikwijls herkennen deze leerlingen de rekenproblemen in de economie-opgaven en zijn zij in staat de rekenvaardigheid - bij wiskunde geleerd - toe te passen op economische rekenopdrachten. Er treedt transfer van kennis op: kennis verworven bij het ene schoolvak (wiskunde) kan worden toegepast (op rekenproblemen) bij een ander schoolvak (economie).

Bij het schoolvak wiskunde worden verschillende berekeningswijzen onderwezen. De berekeningswijzen zijn hier toegepast op opgave 1:

De prijs van een spijkerbroek bedroeg vorig jaar 80 euro. Dit jaar bleek diezelfde broek 99 euro te kosten. Bereken de procentuele verandering van de prijs.

1) $99/80 = 1,2375$

De meeste leerlingen kijken naar de decimalen en concluderen dat de toename 23,75% moet zijn. Zij rekenen met behulp van een zogenaamde groeifactor en komen aldus op het goede antwoord uit. In deze berekening schuilen echter in ieder geval drie risico's. Zo kan het gebeuren dat een procentuele *daling* (*eerste risico*) uitgerekend moet worden, zoals in opgave 2. De berekening moet volgens deze systematiek

dan luiden: $149/190 = 0,7842$. Wanneer de leerling alleen zou kijken naar de decimalen, komt hij tot de conclusie dat de procentuele verandering 78,42% is. In het onderzoek kwamen enkele havo-leerlingen tot deze conclusie.

Een *tweede risico* treedt op wanneer de stijging meer dan 100% is, zoals in opgave 8. De berekening is nu $1900/800 = 2,375$. De leerling zou nu tot de conclusie kunnen komen dat het inkomen is gestegen met 37,5%. In het besproken empirische onderzoek zijn deze fouten overigens niet aangetroffen. Het derde risico – en dat kwam wel enkele malen voor – is dat een leerling denkt dat hij klaar is wanneer hij op 1,2375 is uitgekomen. Hij verzuimt de slotstap te zetten, namelijk dat de uitkomst 23,75% is. Kortom: het rekenen met de groeifactor is niet geheel vrij van risico's, maar gaat overigens meestal goed.

2) De leerling berekent eerst 1% (€ 0,80) en vraagt zich vervolgens af hoeveel keer die 80 cent in de prijsverhoging van 19 euro past ($19/0,80 = 23,75\%$). De fout die bij deze aanpak verschillende malen voorkwam was, dat leerlingen niet 19 deelden door 0,8 ($19/0,8$), maar vermenigvuldigden met 0,8. Deze aanpak leverde veel foute antwoorden op.

3) De leerling schat hoeveel procent het ongeveer is: 19 van 80 is iets minder dan $1/4$ en de leerling schat de verandering op 23%. Dat blijkt te weinig te zijn, want $1,23 \times 80 = € 98,40$ en geen 99. De leerling neemt nu 24% en dat blijkt te veel te zijn. De leerling concludeert echter wel dat de uitkomst dicht bij 1,24 dan bij 1,23 moet liggen en zo komt hij uiteindelijk uit bij 23,75%. Deze aanpak wordt *schattend rekenen* genoemd. Een belangrijk nadeel van deze realistische werkwijze is dat zij nogal arbeidsintensief is. Er waren overigens maar twee leerlingen die een dergelijke strategie toepasten in hun berekening.

4) Tenslotte werken sommige leerlingen met zogenaamde kruistabellen. Om aan een correcte uitkomst te komen, dienen leerlingen allereerst de beschikbare informatie te ordenen in tabelvorm. Het aanmaken van zo een tabel is voor veel leerlingen een belangrijk hulpmiddel (zie de realistische rekendidactiek), omdat ze aldus beter zicht krijgen op het rekenprobleem dat opgelost moet worden:

	Oorspronkelijke situatie	Nieuwe situatie
Prijs	€ 80	€ 99
Procenten	100%	?

	Prijs	Procenten
Oorspronkelijke situatie	€ 80	100%
Nieuwe situatie	€ 99	?

De waarde achter het vraagteken wordt dan gevonden door kruislings te vermenigvuldigen:

$$€ 80 \times ? = € 99 \times 100$$

$$80 \times ? = 9900$$

$$9900 / 80 = 123,75$$

$$123,75 - 100 = 23,75\%$$

Met al deze kennis stappen de leerlingen het economielokaal binnen en daar wordt hen aangeleerd dat een procentuele verandering bepaald kan worden met behulp van het volgende algoritme:

$\frac{\text{Nieuw} - \text{Oud}}{\text{Oud}} \times 100\% = \text{procentuele verandering}$
--

Aan de strategieën die zij hebben geleerd bij wiskunde wordt dikwijls niet of nauwelijks gerefereerd, terwijl het voor de hand ligt om deze strategieën te bestuderen en leerlingen de mogelijkheid te geven deze in te zetten ten behoeve van economiesommen. In economiemethoden wordt zelfs vermeld dat het zo moet. Zo ook in Percent (p.83; 2002), waarin vermeld wordt:

Opmerking:

Werk bij procentuele veranderingen *altijd* (*) volgens het principe:

$$\frac{\text{nieuw} - \text{oud}}{\text{oud}} \times 100\%$$

(*) Het woord *altijd* is door de auteurs van het boek cursief gemaakt (WvK).

Het feit dat leerlingen met allerlei verschillende oplossingsstrategieën werken, heeft consequenties voor de uitleg van de docent. Die heeft dikwijls zijn favoriete strategie ontwikkeld. Hij legt een opgave met daarin een berekening van een procentuele verandering uit met behulp van zijn favoriete strategie, meestal de bovenstaande: $(\text{nieuw} - \text{oud}) / \text{oud} \times 100\%$. De leerling die een andere strategie gebruikt, heeft dan moeite de docent te volgen als hij hem al kan volgen. Zolang de leerling via zijn eigen strategie ook op het goede antwoord is gekomen, is er niet zo veel aan de hand. De problemen ontstaan wanneer de leerling via een eigen strategie op een ander antwoord is gekomen. De leerling begrijpt dan noch hoe de docent het aanpakte, noch waarom hij de opgave niet correct heeft berekend. Uitleggen aan een klas blijkt in het geval, dat vele oplossingsstrategieën mogelijk zijn, niet erg effectief. Docenten dienen zich hiervan rekenschap te geven, bijvoorbeeld door te laten zien dat er meerdere strategieën denkbaar zijn om een vraagstuk op te lossen en deze strategieën te demonstreren.

3) Knelpunten

Een groot knelpunt voor leerlingen lijkt te zijn dat ze bij opgaven met een wat ingewikkelder karakter niet meer in staat zijn de basiswaarde (100%-waarde) te bepalen. Wanneer de leerling moet zoeken naar de basiswaarde, omdat die enigszins ‘verpakt’ is in het vraagstuk, ontstaan al snel fouten, doordat de leerling de verkeerde waarde op 100% stelt. Bij som 1 gaat dat bij de meeste leerlingen goed, alhoewel onderstaande fout verschillende keren werd gemaakt:

$$1\% = € 0,80$$

Stijging van de prijs is € 19

$$0,80 \times 19 = 15,2 \%$$

Leerlingen realiseren zich niet zonder meer dat € 19 moet worden gedeeld door € 0,80 om de uitkomst te bereiken. Bij som 2 werden al meer fouten gemaakt. Vooral onderstaande fout kwam in veel berekeningen voor:

$$1,90/1,49 \times 100\% = 127,52$$

$$127,52 - 100 = 27,52\%$$

In plaats van

$$1,49/1,90 \times 100\% = 78,42$$

$$100 - 78,42 = 21,58 \%$$

Dat betekent dat leerlingen niet tot de conclusie komen dat de prijs van € 1,90 de basiswaarde is en de prijs van € 1,49 de nieuwe waarde. In dit geval treedt eerst de € 1,90 op en vervolgens de lagere prijs van € 1,49. Dat probleem wordt een stuk groter wanneer er geen chronologie in de gebeurtenissen aanwezig is.

Zo treedt de Nederlandse prijs van € 1,60 in opgave 3 niet eerder op dan de prijs Spaanse prijs van € 1,28. Deze prijzen treden tegelijkertijd op. De vraag die een leerling zich dan moet stellen is: welke waarde is in deze situatie 100% ?

In opgave 3 wordt de Nederlandse prijs gerelateerd aan de Spaanse prijs. De Spaanse prijs is eikpunt en dus 100%. Het algoritme dat in de economieboeken wordt aangeboden - (nieuw-oud)/oud x 100% - is nog steeds bruikbaar, maar is moeilijker toepasbaar geworden. Wat is precies de oude waarde en wat is de nieuwe waarde ? Ze komen immers tegelijkertijd voor.

Wanneer leerlingen vraag 3 en 4 met elkaar vergelijken is een veelgehoorde reactie dat de uitkomst van beide vragen hetzelfde moet zijn. Uiteraard is die opmerking niet correct, maar interessant is de vraag waarom leerlingen die reactie geven. Het antwoord is vermoedelijk dat in beide opgaven (3 en 4) de prijzen 32 eurocent verschillen. Vergeten of niet begrepen wordt dat in het ene geval het gaat om 32 eurocent van 128 eurocent en in het andere geval om 32 eurocent van 160 eurocent. Dat het verschil tussen de twee prijzen in opgave 3 en 4 gelijk is, wordtesignaleerd, maar niet dat het verschil in opgave 3 aan een andere basiswaarde (oude waarde) moet worden gerelateerd dan in opgave 4. Docenten moeten derhalve alert zijn op dit type fout.

Tenslotte de opgaven waarbij niet bekend welke waarde 100% heeft, zoals het geval is in opgave 5, 6 en 7. Op deze opgaven scoorden de havo-leerlingen opvallend slecht. De fout die hier dikwijls wordt aangetroffen is dat leerlingen de waarde die ze aantreffen (12.000 fietsen bij som 5) op 100% stellen, terwijl ze in moeten zien dat 12.000 fietsen de nieuwe waarde is en groter is dan de basiswaarde van 100%. Wat nu zou kunnen helpen is het maken van een schema waarin alle gegevens geordend worden. In het geval van som 5 zou een schema er aldus uit kunnen zien:

	2006	toename	2007
Geëxporteerde fietsen	?	?	12.000
Procenten	100%	25%	125%

Uit de analyse van de toets blijkt dat 3 vwo-leerlingen veel meer geneigd zijn een vergelijkbaar schema op te stellen dan de 3 havo-leerlingen. Die laatste groep onderkent in het geheel niet dat de geëxporteerde hoeveelheid in 2007 niet op 100% gesteld mag worden. Leerlingen doen dit echter massaal.

Opgave 7 wijkt qua structuur amper af van opgave 5. Ook hier ontstaat het probleem dat leerlingen dikwijls niet zien welke waarde op 100% gesteld moet worden. Zodra ze inzien dat de export op 125% gesteld moet worden, is de oplossing van het vraagstuk een sinecure, zo blijkt uit de toetsanalyse. Leerlingen delen de export van 12.000 fietsen door 125 en vermenigvuldigen de gevonden waarde met 100%. De conclusie is derhalve dat leerlingen getraind moeten worden een absolute waarde (12.000 fietsen in dit geval) te koppelen aan een percentage (125% in dit geval). Dit blijkt een struikelblok voor vele leerlingen te zijn.

Was bij opgave 5 nog sprake van chronologie in de gebeurtenissen – export in 2006 en 2007 – bij opgave 7 is die chronologie niet aanwezig, hetgeen de moeilijkheidsgraad voor leerlingen zou kunnen vergroten. Uit de analyse blijkt echter dat dit niet het geval is: opgave 7 wordt beter gemaakt dan opgave 5.

Wat leerlingen schrik kan aanjagen is dat ze een percentage zien dat groter is dan 100%. In de beleving van veel leerlingen bestaan percentages boven de 100% niet. In feite verschilt vraagstuk 8 nauwelijks van vraagstuk 1. Het enige verschil is dat het inkomen meer dan verdubbelt, terwijl de prijs van de

spijkerbroek met 23,75% steeg. Dat betekent dus dat er sprake moet zijn van een stijging van meer dan 100%, 137,5% om precies te zijn. Tientallen leerlingen volgen de strategie met de groeifactor: $1900 / 800 = 237,5\%$ en veronderstellen dat dit de correcte uitkomst is. Of leerlingen maken er 37,5% van. Werken met groeifactoren vergt derhalve meer dan alleen bepalen welk getal in de noemer en welk getal in de teller moet staan, het vergt ook dat de leerling het gevonden quotiënt kan omzetten naar het goede antwoord en juist die slotstap levert problemen op. Wanneer leerlingen met een stappenplan werken en zijn toegenomen aan de controlestap, is er een goede kans dat ze inzien dat dit antwoord niet kan kloppen. Helaas werken maar weinig leerlingen met een stappenplan.